浙江大学 ZHEJIANG UNIVERSITY

第9讲 随机变量

两类试验结果：

示数的——降雨量；
候车人数；
发生交通事故的次数；…

非示数的——明天天气(晴，多云…)；
化验结果(阳性，阴性)；…

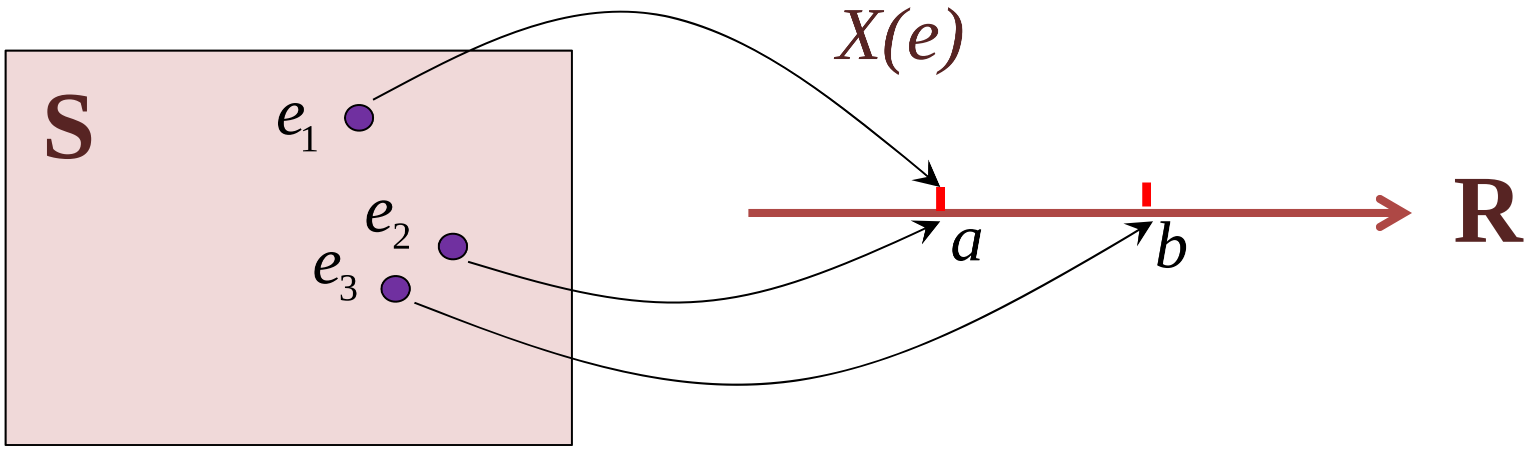
中心问题：将试验结果数量化

随机变量（Random Variable）的定义:

设随机试验的样本空间为S,若

$$X = X(e)$$

为定义在S上的实值单值函数，则称$X(e)$为随机变量，简写为X.



说明:

(1) 随机变量$X(e): S \to R$ 为一映射, 其自变量具有随机性;

(2) 随机事件可以表示为 $A=\{e: X(e)\in I\}=\{X\in I\},\ I\subset R.$

如:将一枚均匀的硬币抛掷3次, 样本空间为

$S=\{$正正正, 正正反, 正反正, 正反反, 反正正, 反正反, 反反正, 反反反$\}$

若X表示3次中出现正面的次数, 则

随机事件 $A=\{$正面出现了一次$\}=\{$正反反, 反正反, 反反正$\}$

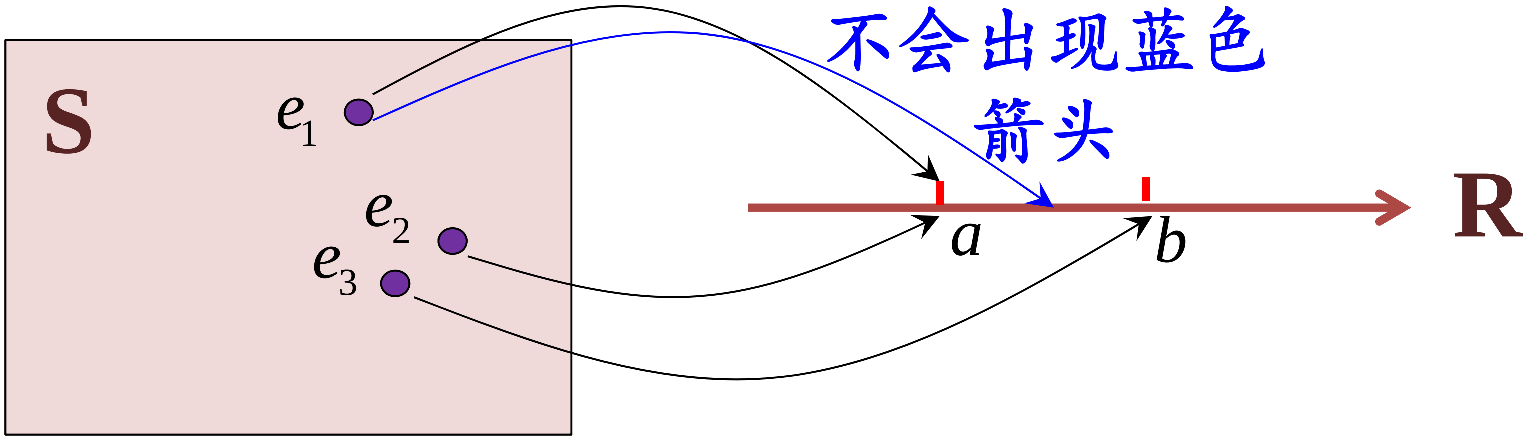
$=\{e: X(e)=1\} =\{X=1\}$

随机事件 $B=\{$3次出现的情况相同$\}=\{$正正正, 反反反$\}=\{X=0$或$3\}$

随机事件 $C=\{$正面至少出现了一次$\}=\{X\geq 1\}$

说明:

(3) 对于$i \neq j$，则必有 $\{X=i\} \cap \{X=j\} = \varnothing.$



(4) 一般用大写英文字母X, Y, Z或希腊字母ξ, η等来表示随机变量

常见的两类随机变量
- 离散型随机变量
- 连续型随机变量

离散型随机变量的定义:

若随机变量X的取值为有限个或可数个，则称X为离散型随机变量.

可数集(也称为可列集)：是指能与自然数集N建立一一对应的集合. 即其中的元素都是可以被数到的.

如: 正奇数集$\{1,3,\cdots\}$

(取其中一数为 2746489473673561,肯定可以数到)

整数集$\{\cdots,-2,-1,0,1,2,\cdots\}$,等等.

不可数集:

是无穷集合中的一种. 一个无穷集合和自然数集合之间如果不存在一一对应关系, 那么它就是一个不可数集.

如:区间 $[0,1]$ 开始数: $0.34956852\ldots$

$0.58692\ldots$

$0.24986\ldots$

$\vdots$

那么 $0.490\ldots$一定是你没有数到的.

(取该数的小数点后的第i位是第i个被数到的数的第i位数加1

(约定:$9+1=0$))

离散型随机变量的概率分布律(简称分布律)：

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_k	$\cdots$
P	p_1	p_2	$\cdots$	p_k	$\cdots$

分布律的内容 $\begin{cases} \text{随机变量的所有可能取值} \\ \text{取每个可能取值相应的概率} \end{cases}$

分布律的性质：$p_k \geq 0, \sum_{k=1}^{+\infty} p_k = 1$

分布律的另一表示形式：$P(X = x_k) = p_k, \quad k = 1, 2, \cdots.$

例1： 投掷一颗均匀的骰子，用X表示出现的点数，求X的概率分布律.

解： 由题意知，X的可能取值为 $1,2,3,4,5,6,$ 且其分布律为

X	1	2	3	4	5	6
P	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

例2：有一颗均匀的骰子，进行独立重复地投掷，直到出现6点为止停止试验. 用X表示投掷骰子的次数，求X的概率分布律.

解：由题意知，X的可能取值为 $1,2,3,\cdots$，用 A_k={第k次掷出的点数为6}，则 $A_k, k=1,2,3,\cdots$之间相互独立，且 $P\{A_k\}=1/6$，

由于 $P(X=1)=P(A_1)=\frac{1}{6}$，$P(X=2)=P(\bar{A}_1A_2)=\frac{5}{6}\bullet\frac{1}{6}$，

$P(X=3)=P(\bar{A}_1\bar{A}_2A_3)=(\frac{5}{6})^2\bullet\frac{1}{6},\cdots$

故X的分布律为

X	1	2	3	$\cdots$	k	$\cdots$
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}\bullet\frac{1}{6}$	$(\frac{5}{6})^2\bullet\frac{1}{6}$	$\cdots$	$(\frac{5}{6})^{k-1}\bullet\frac{1}{6}$	$\cdots$

或写成 $P(X=k)=(\frac{5}{6})^{k-1}\bullet\frac{1}{6}$，$k=1,2,\cdots$. (几何分布)